

Организаторы

*XXII Школы-семинара
молодых учёных и специалистов
под руководством академика РАН А.И. Леонтьева:*

Министерство науки и высшего образования РФ

Московский государственный технический университет

им. Н.Э. Баумана

Российская академия наук

Отделение энергетики, машиностроения,
механики и процессов управления

Объединенный институт высоких температур РАН

Национальный комитет РАН по тепло- и массообмену

PROCEEDINGS

*the XXII School-Seminar of Young Scientists and Specialists
under supervision of Professor A.I. Leontiev,
Academician of the Russian Academy of Science*

PROBLEMS OF GAS DYNAMICS, HEAT AND MASS TRANSFER IN POWER PLANTS

May 20–24, 2019

Moscow, Russia

Т Р У Д Ы

*XXII Школы-семинара молодых ученых и специалистов
под руководством академика РАН А.И. Леонтьева*

ПРОБЛЕМЫ ГАЗОДИНАМИКИ И ТЕПЛОМАССОБМЕНА В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

20–24 мая 2019 года,
Москва, Россия

УДК 536.24
ББК 31.31
П 781

П 781 **Проблемы** газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Труды XXII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (20–24 мая 2019 года, Москва, Россия). — М.: Печатный салон «Шанс», 2019. — 406 с., ил.

ISBN 978-5-6042605-6-2

Публикуемые лекции и доклады содержат результаты исследований, проведенных за последние годы в России и за рубежом в областях тепловой, атомной и нетрадиционной энергетики; рассмотрены задачи теплообмена в двухфазной и многофазной средах, в пористых структурах, при химических превращениях, результаты численного моделирования процессов тепло- и массообмена.

Доклады печатаются в авторской редакции.

УДК 536.24
ББК 31.31

Научное издание

**ПРОБЛЕМЫ ГАЗОДИНАМИКИ И ТЕПЛОМАССОБМЕНА
В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ**

Труды XXII Школы-семинара молодых ученых и специалистов
под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева

Верстка — *Бранделис Н.И.*

Формат 60×84/8
Усл. печ. л. 50,75

Печать цифровая
Тираж 30 экз.

Подписано в печать 13.05.2019
Заказ

Подготовлено и отпечатано:
Печатный салон «Шанс», 125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13/19.

ISBN ISBN 978-5-6042605-6-2

© Составление:
Национальный комитет РАН
по тепло- и массообмену, 2019
© Печатный салон «Шанс», 2019

Р.Р. Шакиров, Н.И. Михеев, Н.С. Душин

Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр РАН»,
Институт энергетики и перспективных технологий — структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ

АННОТАЦИЯ

Представлена методика моделирования параметров турбулентности на основе стохастического подхода, базирующегося на априорном знании первых и вторых статистических моментов, и пространственно-временных интегральных характеристик моделируемого параметра. Рассмотрены имеющиеся на сегодняшний день оптические методы исследования потока и возможное применение представленной здесь методики моделирования для оценки их метрологических характеристик, в дополнении к уже имеющимся методам оценки точности измерений.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия для всестороннего прикладного и фундаментального количественного исследования сложных потоков текучей среды применяются оптические методы, основанные на лагранжевом и эйлеровом подходе описания сплошной среды. Что позволяет проводить исследования направленные на изучение динамики и масштабов вихревых структур в потоках жидкости и газа, получения дифференциальных и статистических характеристик, а также оценку достоверности математического моделирования и коррекцию численных моделей для турбулентных потоков.

К настоящему времени наибольшее распространение среди оптических методов получил метод Particle Image Velocimetry (PIV) [1–2]. В стандартном методе PIV скорость потока оценивается по смещению засеянных в поток групп частиц-трассеров, подсвечиваемых импульсным лазером, за промежуток времени между двумя последовательными кадрами, отснятыми высокоскоростной видеокамерой. Как правило, для определения смещения фрагмента на кадре используют стандартный кросс-корреляционный анализ. Главным достоинством метода PIV, является то, что он позволяет измерять пространственные распределения мгновенной скорости и, следовательно, рассчитывать ее пространственные производные, компоненты тензоров завихренности, деформации и т. п. Методика PIV значительно продвинулась и по-прежнему быстро развивается. Благодаря своей повышенной надежности и точности технология PIV завоевала репутацию мощного и эффективного метода диагностики потока. Однако хорошо известно, что для адекватного расчета дифференциальных характеристик на базе PIV-измерений в турбулентном потоке необходимо

достичь очень высокого пространственного разрешения, а также применить ряд необходимых процедур обработки данных. Стандартный PIV-метод хорошо зарекомендовал себя при изучении стационарных течений. Но на измерения этим методом динамики векторных полей скорости потока в нестационарных и быстропротекающих процессах накладываются серьезные ограничения по временному разрешению, связанному с характеристиками камеры и лазера для подсветки. Частота съемки ограничена в основном временем накачки мощных сдвоенных импульсных лазеров [2], используемых в стандартном PIV-методе. Применение лазеров постоянного действия и других средств засветки поля приводят к ряду ограничений, связанных с коротким временем экспозиции высокоскоростных видеокамер и нехваткой отраженного частицами света.

Для преодоления вышеуказанных ограничений в методе Smoke Image Velocimetry (SIV) [3] для засева потока применяется многократно более высокая концентрация трассеров. Частицы хорошо визуализируются лазером постоянного действия, и выглядят не отдельными светящимися частицами, а дымом с непрерывным распределением яркости на изображении. Для определения похожести двух последовательных кадров, вместо кросс-корреляционного анализа, применяется функционал, основанный на минимизации суммы абсолютных разностей. Поэтому техника SIV позволяет с использованием достаточно простого оборудования (лазера с меньшей мощностью и скоростной видеокамеры с меньшей светочувствительностью) измерить динамику двухкомпонентных векторных полей скорости потока с частотой порядка 10 кГц, что дает возможности исследования нестационарных процессов и мелкомасштабной турбулентности.

Очевидно, что из-за совершенствования аппаратных компонентов оптических методов возрастает и качество измерения характеристик потока. Тем не менее, методы цифрового анализа изображения оказывают несомненное влияние на эффективность общей методики измерения, и часто такой вклад сложно определить количественно. Существующие на сегодняшний день подходы не могут дать полной картины для оценки погрешности. Представленный в этой статье метод, позволит преодолеть ряд ограничений связанных с оценкой неопределенности измерений.

2. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ МЕТОДИК PIV И SIV

При определении метрологических характеристик средств измерений (особенно это касается высокоточного электронного оборудования), нельзя обойтись без генерирования процессов (сигналов) с заданными свойствами. Для имитирования измерения и процесса обработки сигнала оптическими методами и определения погрешности измерения используют синтетические изображения потока частиц с известными ее искомыми параметрами. Факторы, которые в наибольшей степени влияют на ошибку измерения смещения методом PIV, это диаметр частиц, плотность изображения частиц, контрастность изображения частиц, смещение поперек плоскости светового ножа и деформация изображения в плоскости, связанная с градиентом скорости. Оценка случайной и систематической погрешности с учетом этих факторов с различными алгоритмами обработки изображения проведены в работах [4,5]. Приблизительная оценка погрешности измерения составляет от 0,05 до 0,1 пикселя, но полагается, что в пространственной или временной окрестности, поле потока будет равномерным или сдвиговым. Что ведет к недооценке погрешности измерения в сравнении с реальными экспериментами.

Несмотря на то, что проведено много сравнений экспериментальных и численных экспериментов с PIV, все еще не хватает количественной оценки погрешности измерения. В работах [6–7] представлены различные алгоритмы, основанные на апостериорном определении погрешности для каждого вектора смещения. Эти алгоритмы требуют дополнительных вычислительных затрат и имеют ряд ограничений.

Для относительно нового метода SIV в работе [4] проведена оценка погрешности для потока на основе синтетических изображений для PIV с более крупными диаметрами частиц, что не совсем удовлетворяет требованию синтетических изображений на соответствие дымовой визуализации.

Ниже, представлен алгоритм моделирования параметров потока, с помощью которого, в том числе, можно моделировать поле непрерывной яркости, соответствующий дымовой визуализации для SIV, а также для моделирования компонентов скорости трехмерного турбулентного потока. Моделирование полей скорости потока актуально для генерации синтетических изображений для PIV, поскольку открывает возможность более детальной оценки точности пространственных производных, компонентов тензоров, завихренности и деформации и т. п.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

3.1. Основные определения и допущения

Метод моделирования базируется на стохастическом подходе к турбулентности, согласно которому турбулентные пульсации рассматриваются как случайный процесс, обладающий стационарным и эргодич-

ческим свойством. Под эргодичностью понимается, что статистические характеристики, оцененные путем усреднения данных по времени и по множеству наблюдений, совпадают [9]. Статистический подход подразумевает наличие несмещенных, состоятельных и эффективных оценок экспериментальных данных. Однако это не всегда реализуемо в полной мере. Под пульсациями подразумевается поле пространственно-временного распределения мгновенных векторов (компонент скорости и напряжений трения, давления, температуры). Поле течения удобнее представлять как скалярную функцию точки, имеющую координату (x, y, z, t, a_i) , где x, y, z, t пространственные координаты и время, а a_i номер компоненты, при совместном моделировании нескольких полей.

Многомерные законы распределения, являющиеся функциями многих переменных, как правило, неудобны для описания полей мгновенных величин. В практическом применении для своего определения (хотя бы приближенного) требуют огромного объема экспериментальных данных. В большинстве случаев вместо самих законов распределения можно обойтись лишь набором важнейших числовых характеристик, таких как математическое ожидание вектора и его ковариационная матрица. В случае, если случайная величина распределена нормально, то этот дает однозначное определение случайного вектора. Если же компоненты вектора не имеют Гауссовского распределения, что характерно для турбулентных пульсаций, в связи с наличием когерентных структур, то в такой ситуации необходимо такое преобразование компонент вектора параметров течения, в результате которого, получались бы преобразованные величины со стандартизованным нормальным распределением $N(0,1)$ с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией [8]. Компоненты вектора параметров должны быть преобразованы в каждой точке пространства. Моделирование поля должно производиться на основе преобразованных временных последовательностей параметров потока. С учетом этого случайный вектор F вполне определен корреляционной матрицей $[r_{ij}]$ и объемами выборок экспериментальных данных на основе двухточечных измерений, по которым получены оценки коэффициентов корреляции $r_{ij} = \text{cov}(f_i, f_j) / (\sigma_i \sigma_j)$. По завершении восстановления поля возможен переход от нормализованных величин к физическим параметрам.

3.2. Алгоритм моделирования поля

Основу метода составляет пошаговая процедура нахождения значения параметра в очередной точке поля пространства-времени в зависимости от восстановленных к данному шагу всех параметров и матрицы взаимных корреляций между восстанавливаемым параметром и восстановленными к данному моменту.

Моделирование поля параметров течения (вектора $F(f_1 \dots f_N)$) начинается с того, что на сеточном пространстве имеющем N точек случайным образом

в случайном месте моделируется величина имеющая распределение $N(0,1)$. Значение поля в некоторой очередной точке $n+1$ может быть предсказано на основе статистической зависимости функции в этой точке от значений в точках $1 \dots n$, $0 \leq n < N$:

$$f_{n+1} = \bar{f}(f_1 \dots f_n) + \varepsilon, \quad (1)$$

где $\bar{f}(f_1 \dots f_n)$ — условное среднее, ε — случайное отклонение функции от условного среднего.

Условное среднее может быть аппроксимировано регрессионной зависимостью. Применим линейную регрессию:

$$f_{n+1} = \sum_{i=1}^n b_i f_i + \bar{\varepsilon}, \quad (2)$$

линейная регрессия минимизирует средний квадрат отклонений $\bar{\varepsilon}$:

$$(f_{n+1} - \sum_{i=1}^n b_i f_i)^2 = \min, \quad (3)$$

где $[b_i]$ — вектор линейных коэффициентов, для определения которого необходимо знать статистические характеристики в объеме корреляционной матрицы. Для вычисления корреляционной матрицы необходимо знать вторые статистические моменты, то есть $\text{cov}(f_i, f_j)$, и σ_i, σ_j . Вектор линейных коэффициентов можно вычислить на основе обращенной корреляционной матрицы

$$b_i = -\frac{\lambda_{n+1,i}}{\lambda_{n+1,n+1}}, \quad (4)$$

где $[\lambda_{i,j}] = [r_{i,j}]^{-1}$ матрица, обратная корреляционной, $(i, j = 1, \dots, n)$.

Случайная величина $\varepsilon = 1/\lambda_{i,j}$ имеет распределение $N(0, \sigma^2)$, причем $\text{cov}(\varepsilon, f_i) = 0$. Оценка s_{n+1}^2 дисперсии σ^2 характеризующей дисперсию остатков относительно линейной регрессии, полностью определяется корреляционной матрицей

$$s_{n+1}^2 = \frac{1}{\lambda_{n+1,n+1}}, \quad (5)$$

и не зависит от $f_1 \dots f_n$. Случайная величина $\bar{\varepsilon}$ имеет распределение $N(0, \bar{\sigma}^2)$, причем $\text{cov}(\bar{\varepsilon}, f_i) = 0$. Оценка дисперсии условного среднего зависит не только от корреляционной матрицы, но и от числа восстановленных значений [10]. При моделировании параметра в точке $n+1$ включение слишком большого количество предикторных точек регрессионной модели нецелесообразно в виду растущей вычислительной сложности задачи, следует ограничиться лишь самыми информативными из них, чей вклад в уменьшение остаточной дисперсии регрессионной модели s^2 [8].

В общем виде пошаговое восстановление параметров течения можно представить в следующем виде:

$$f_{n+1} = \sum_{i=1}^n b_i f_i + \eta_N S + \eta_N S_{n+1}, \quad (6)$$

где η_N — случайная величина, имеющая нормальное стандартизованное распределение $N(0,1)$.

При моделировании параметров турбулентности на каждом ее этапе следует заново формировать корреляционную матрицу:

$$[r] = \begin{bmatrix} r_{ii} & r_{ij} & r_{ik} \\ r_{ji} & r_{jj} & r_{jk} \\ r_{ki} & r_{kj} & r_{kk} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

причем, элементы на главной диагонали равны единице. При достаточном количестве экспериментальных значений пространственных или временных корреляций, ее удобно аппроксимировать следующей функцией:

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta\tau), \quad (8)$$

где α и β подобранные коэффициенты в выражении.

А также нормировать корреляционную функцию, используя пространственно-временные интегральные масштабы, характеризующие линейные размеры турбулентных структур:

$$L_r = \int_0^\infty r(\tau, \tau + \Delta\tau) d\tau, \quad (9)$$

предполагается, что в эргодическом и стационарном процессе пространственные и временные масштабы совпадают.

Представленный алгоритм, который описан выше позволяет описать временные последовательности мгновенных величин компонент во всех геометрических точках пространства. По завершении моделирования пространственно-временного поля параметров турбулентности необходимо оценить его соответствие статистическим характеристикам стационарного процесса.

Еще одной задачей, которую следует решить при моделировании пространственно-временных полей, является сбор необходимых экспериментальных данных. Максимально охватывающие все взаимные корреляции компонент параметров. Конечно, это труднореализуемо, но данная методика моделирования не накладывает жестких ограничений на неполноту имеющихся данных.

Подводя итог, можно представить методику моделирования потоков из нескольких последовательных этапов:

Проверка гипотезы о стационарности процесса, проведение эксперимента и сбор данных;

Обработка результатов, получение статистических величин, преобразование в каждой точке пространства компонент вектора, к случайным величинам, имеющих стандартизованное нормальное распределение, оценка корреляционной функции и определение пространственно-временных корреляций параметров;

Моделирование поля на основе корреляционной матрицы и проверка адекватности восстановленного поля.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен метод моделирования пространственно – временных полей параметров потока, основанный на статистическом подходе к турбулентности. Метод допускает одновременное моделирование различных параметров в пространстве любой размерности и формы. Одним из возможных применений дан-

ного методики является оценка точности оптических методов таких как PIV и SIV.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-08-00421

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

f — моделируемый параметр в точке;
 $\text{cov}(f_i, f_j)$ — ковариация величин f_i, f_j ;
 σ — дисперсия;
 r — коэффициент корреляции.

Индексы:

i, j, k — порядковый номер в пространстве;
 n — общее число точек смоделированных точек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Raffel M., Willert C., Wereley S. and Kompenhans J.** (2007) Particle Image Velocimetry — A Practical Guide. 2nd Edition, Springer, Berlin Heidelberg New York.
2. **Токарев М.П., Маркович Д.М., Бильский А.В.** Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычисл. технологии. 2007. Т. 12, № 3. С. 109–131.
3. **Mikheev N.I., Dushin N.S.** A method for measuring the dynamics of velocity vector fields in a turbulent flow using smoke image-visualization videos // Instrum. and Experimental Techniques. 2016. Vol. 59, No. 6. 882–889.
4. **Зарипов Д.И., Михеев Н.И., Душин Н.С., Аслаев А.К., Шакиров Р.Р.** Применение метода проекций для ускорения нового алгоритма измерения мгновенных полей скорости потока // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23. № 1. С. 33–455.
5. **Kim, B.J., Sung, H.J.** A further assessment of interpolation schemes for window deformation in PIV // Experiments in Fluids. 2006. Vol. 41. P. 499–511.7.
6. **Wieneke B.** PIV uncertainty quantification from correlation statistics. doi:10.1088/0957-0233/26/7/074002 Measur.Sci. Tech. 2015. 26,074002
7. **Sciacchitano A., Wieneke B.** PIV uncertainty propagation// Measurement Science and Technology, Volume 27, Number 8
8. Михеев, Н. И. Пространственно-временная структура турбулентных отрывных течений : автореферат дис. доктора технических наук : 01.02.05, 01.04.14 / Казанский гос. технич. ун-т им. А. Н. Туполева. — Казань, 1998. — 44 с.: ил. РГБ ОД, 9 99-1/281–3.
9. **Фрост У., Моулден Т.** Турбулентность. Принципы и применения М.: Мир, 1980. — 535 с.
10. **Ермаков С.М., Михайлов Г.А.** Курс статистического моделирования М.: Наука, 1976. — 320 с.

R.R. Shakirov, N.I. Mikheev, N.S. Dushin

Institute of Power Engineering and Advanced Technologies FRC Kazan Scientific center,
Russian Academy of Sciences,
Russia, 420111, Kazan, Lobachevskogo, 2/31

MODELING OF FLOWS BASED ON STATISTICAL CHARACTERISTICS OF TURBULENCE

This article presents the methods of modeling the parameters of turbulence based on the stochastic approach, based on the proven knowledge of the first and second statistical moments and spatial-temporal integral characteristics of the models. Currently, there are methods for measuring the accuracy of measurements, in addition to the existing methods for assessing the accuracy of measurements.